

Formulario riassuntivo - Identità e somme notevoli

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + ab\sqrt{2} + b^2) \cdot (a^2 - ab\sqrt{2} + b^2)$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2(b + c) + 3b^2(a + c) + 3c^2(a + b) + 6abc$$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$$

Breve esercizario

Mediante l'uso dei prodotti notevoli, calcolare:

1. Il quadrato di 21 considerato come 20+1.

$$\text{Esempio: } (20+1)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 + 40 + 1 = 441$$

2. Il quadrato di 29 considerato come 30-1.

3. Il quadrato di 48 considerato come 50-2.

4. Il quadrato di 61 considerato come 60+1.

5. Il quadrato di 79 considerato come 80-1.

6. Il quadrato di 83 considerato come 80+3.

7. Il prodotto di 19 · 21 considerato come (20-1)(20+1).

$$\text{Esempio: } (20-1)(20+1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$$

8. Il prodotto di 29 · 31 considerato come (30-1)(30+1).

9. Il prodotto di 18 · 22 considerato come (20-2)(20+2).

10. Il prodotto di 48 · 52 considerato come (50-2)(50+2).

11. Il prodotto di 37 · 43 considerato come (40-3)(40+3).

Verificare le seguenti identità.

1. [Euclide] $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
2. [Euclide] $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
3. [Waring] $(x+y)^2 - 2xy = x^2 + y^2$
4. [Pitagora] $(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2 + b^2)^2$
5. [Peano] $(m-n)^2 + (n-p)^2 + (m-p)^2 = 2 \cdot (m^2 + n^2 + p^2 - mn - mp - np)$
6. [Peano] $(m-n)^2 + (m-p)^2 + (n-p)^2 = 2\{(m-n)(m-p) + (m-p)(n-p) + (n-p)(n-m)\}$
7. [Waring] $(x+y)^3 - 3xy(x+y) = x^3 + y^3$
8. [Waring] $(x-y)^3 + 3xy(x-y) = x^3 - y^3$
9. [Cauchy] $(a+b)^4 - (a-b)^4 = 8ab(a^2 + b^2)$
10. [Waring] $(x+y)^4 - 4xy(x+y)^2 + 2x^2y^2 = x^4 + y^4$
11. [Waring] $(x-y)^4 + 4xy(x-y)^2 + 2x^2y^2 = x^4 + y^4$
12. [Eulero] $(2a+2b-c)^2 + (2a+2c-b)^2 + (2b+2c-a)^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2)$
13. [Eulero] $(a^2 + 2ab + 2b^2) + (a^2 - 2ab + 2b^2) = a^4 + 4b^4$
14. [Tannery] $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2 - (a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2 = 4(ac + bd)^2 + 4(bc - ad)^2$
15. [Legendre] $(a+b+c+d)^2 + (a+b-c-d)^2 + (a-b+c-d)^2 + (a-b-c+d)^2 = 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$
16. [Diofanto] $(a^2 + b^2) \cdot (c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$

Autori citati

Euclide (IV secolo a.C.) - Matematico greco, visse ad Alessandria d'Egitto, sotto il regno di Tolomeo I. Sembra abbia studiato in Atene con Socrate e abbia avuto come allievo Platone. Immortale per i suoi "Elementi", in tredici libri.

Diofanto d'Alessandria (III secolo d.C.) - Matematico greco vissuto ad Alessandria d'Egitto, di cui sono pervenute due opere: un libro sui "Numeri Poligonal" ed il trattato "Aritmetica", in sei libri.

Niccolò Fontana detto Tartaglia (1500-1577) - Matematico italiano.

http://es.wikipedia.org/wiki/Niccolo_Fontana_Tartaglia

Blaise Pascal (1623-1662) - Matematico, fisico e filosofo francese.

http://it.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal

Eulero (Leonhard Euler, 1701-1783) - Matematico svizzero, nato a Basilea, il più fecondo e grande del XVIII secolo. Non c'è parte della matematica in cui Eulero non abbia portato il suo contributo. Autore di numerosi trattati.

Waring Edoard (1734-1798) - Scienziato inglese, di ingegno irrequieto e di carattere sbrigativo. Titolare di cattedra universitaria, lasciò alla fine Euclide per Ippocrate, prestando servizio come medico in Cambridge.

Legendre Adrien Marie (1752-1833) - Geometra e matematico francese, docente alla Scuola Militare, poi successore di Lagrange al Bureau de Longitudes. Di ingegno versatile ed analista di grande valore, celebre per diverse opere di geometria e di matematica.

Cauchy Augustin-Louis (1789-1857) - Matematico francese, professore anche all'Università di Torino. Svolsse nel campo della matematica e della fisica un lavoro prodigioso: le sue opere complete occupano 27 volumi.

Peano Giuseppe (1858-1932) - Matematico italiano, docente di calcolo infinitesimale all'Università di Torino. lavorò in diversi campi della matematica lasciando diverse opere.

Bibliografia essenziale

R. Cavalieri, A. Seghezza, C. Simonetti, "Matematica e Informatica 1", Ed. Bulgarini, 1989

AA.VV., "Dizionario dei Termini Matematici", Ed. Rizzoli, 1987

C.B. Boyer, "Storia della Matematica", Ed. A. Mondadori, 1987

A. Puppo, "Prontuario e Formulario di Matematica", 1982

G. Lora, "Storia delle matematiche", Ed. Cisalpino-Goliardica 1982

R. Courant, H. Robbins, "Che cos'è la matematica?", Volume triplo, Universale Scientifica Boringhieri, 1971

G. Zvirner, "Algebra", Ed. Cedom - Padova, 1971



KEYWORDS

 *Algebra, calcolo letterale, monomio, polinomio, binomio, trinomio, prodotti notevoli, esercizi con soluzioni*

  *Algebra, Monomial, Polynomial, binomial, trinomial, perfect square trinomials, algebraic factoring, exercises with solution*

 *Algebra, Polinomio, monomio, binomio, trinomio, Igualdades notables, operaciones con polinomios,*

 *Algèbre, Polynôme, Monôme, Polynômes remarquables*

 *Algebra, Polynom, Binom*